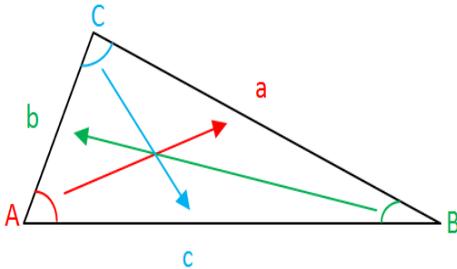


## LEYES DE LOS COSENOS

Esta ley establece que en todo triángulo el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos dos veces el producto de ellos y por el coseno del ángulo que forman.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

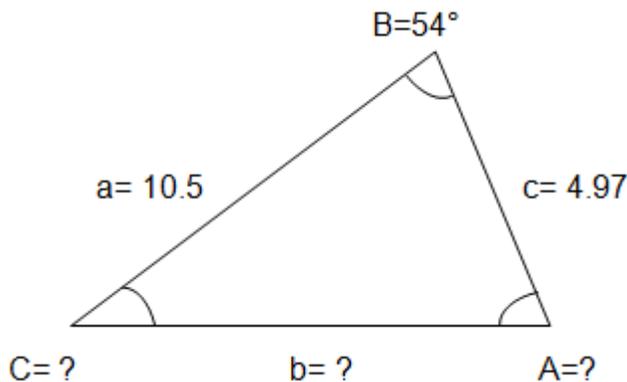
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Si despejamos en cada expresión el ángulo tendremos las siguientes formulas.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
$\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$	$\cos B = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}$	$\cos C = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}$

**Ejemplo 1.** Observa los valores que faltan en el triángulo oblicuángulo y calcula cada uno de ellos.



Datos

$$a = 10.5$$

$$c = 4.97$$

$$B = 54^\circ$$

Incógnitas

$$b = ?$$

$$A = ?$$

$$C = ?$$

Como podemos observar, tenemos dos lados y un ángulo, por lo tanto, podemos ocupar las ecuaciones para las leyes de los cosenos.

Específicamente, en este problema ocupamos la fórmula para calcular el lado "b".

$$b^2 = (a)^2 + (c)^2 - 2(a)(c)\cos B$$

Sustituimos los valores:

$$b^2 = (10.5)^2 + (4.97)^2 - 2(10.5)(4.97)\cos 54^\circ$$

Multipliquemos por partes:

$$b^2 = 110.25 + 24.7009 - 2(10.5)(4.97)(0.587)$$

$$b^2 = 110.25 + 24.7009 - 61.26$$

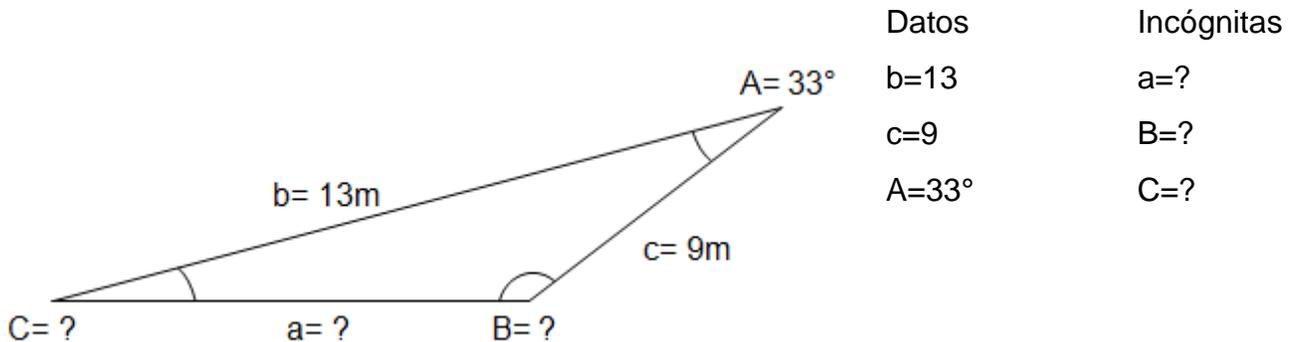
$$b^2 = 73.6909$$

Recuerda la potencia se convierte en raíz:

$$b = \sqrt{73.6909}$$

$$b = 8.58$$

**Ejemplo 2.** Observa los valores que faltan en el triángulo oblicuángulo y calcula cada uno de ellos.



Usemos las leyes de los cosenos ya que contamos con los valores de los lados “b” y “c” y el ángulo “A”.

En esta ocasión, ocuparemos la siguiente expresión:

$$a^2 = (b)^2 + (c)^2 - 2(b)(c)\text{Cos}A$$

Sustituimos valores:

$$a^2 = (13)^2 + (9)^2 - 2(13)(9)\text{Cos}33^\circ$$

Resolvamos la ecuación por partes.

$$a^2 = 169 + 81 - 2(13)(9)(0.587)$$

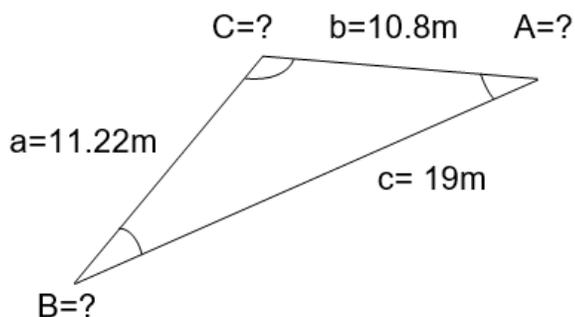
$$a^2 = 250 - 137.358$$

$$a^2 = 112.642$$

Al despejar, el cuadrado se convierte en raíz cuadrada.

$$a = \sqrt{112.642} = 10.61$$

**Ejemplo 3.** Observa los valores que faltan en el triángulo oblicuángulo y calcula cada uno de ellos.



Datos	Incógnitas
a= 11.22m	A=?
b= 10.8m	B=?
c= 19m	C=?

Como desconocemos los tres ángulos, despejamos de cualquiera de las tres ecuaciones.

Tomemos la ecuación 1.

$$a^2 = (b)^2 + (c)^2 - 2(b)(c)\text{Cos}A$$

Despejamos el ángulo "A";  $b^2$  y  $c^2$  están sumando a la derecha, pasan restando a la izquierda.

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2(b)(c)\text{Cos}A$$

En el segmento de la izquierda tenemos  $-2bc$  que multiplica al coseno de "A", por lo tanto, pasa dividiendo.

$$\text{Cos} A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$$

Sustituimos valores en la expresión.

$$\text{Cos} A = \frac{11.22^2 - 10.8^2 - 19^2}{-2(10.8)(19)}$$

Resolvemos por partes.

$$\text{Cos} A = \frac{125.88 - 116.64 - 361}{-410.4}$$

$$\text{Cos} A = \frac{-351.76}{-410.4} = 0.857$$

Despejamos el valor del coseno:

$$\text{cos} \alpha = \frac{1}{\text{cos} \alpha} \quad \frac{1}{\text{cos} \alpha} = \text{cos}^{-1}$$

$$A = (\text{cos}^{-1})0.857 \quad \mathbf{A = 31.01}$$

Tomemos la ecuación 2.

$$b^2 = (a)^2 + (c)^2 - 2(a)(c)\text{Cos}B$$

Despejamos el ángulo "B";  $a^2$  y  $c^2$  están sumando a la derecha, pasan restando a la izquierda.

$$b^2 - a^2 - c^2 = -2(a)(c)\text{Cos}B$$

En el segmento de la izquierda tenemos  $-2ac$  que multiplica al coseno de "B", por lo tanto, pasa dividiendo.

$$\text{Cos } B = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}$$

Sustituimos valores en la expresión.

$$\text{Cos } B = \frac{10.8^2 - 11.22^2 - 19^2}{-2(11.22)(19)}$$

Resolvemos por partes.

$$\text{Cos } B = \frac{116.64 - 125.88 - 361}{-426.36}$$

$$\text{Cos } B = \frac{-370.24}{-426.36} = .868$$

Despejamos el valor del coseno:

$$\text{cos } \alpha = \frac{1}{\text{cos} \alpha} \quad \frac{1}{\text{cos} \alpha} = \text{cos}^{-1}$$

$$B = (\text{cos}^{-1})0.868 \quad \mathbf{B = 29.77}$$

Recordemos que la suma de los tres ángulos es igual a  $180^\circ$ .

$$A + B + C = 180^\circ$$

Despejamos el ángulo "C".

$$C = 180^\circ - A - B$$

$$C = 180^\circ - 31.01 - 29.77 = 119.22$$

$$\mathbf{C = 119.22}$$