

ECUACIONES EXPONENCIALES

En este tipo de ecuaciones, la incógnita ocupa la posición del exponente de una cantidad, ejemplo.

$$2^{4x-6} = 2^{3x+5}$$

$$7^x = 343$$

$$2^{x+2} = 4^{x-2}$$

En una ecuación exponencial, se debe aplicar las propiedades de los logaritmos, tanto a la izquierda, como a la derecha de la ecuación y se despeja la incógnita.

Ejemplo 1. Sea la ecuación $4^x = 16$

Aplicando logaritmo a los dos miembros tenemos:

$$x(\log 4) = \log 16$$

$$x = \frac{\log 16}{\log 4} = \frac{1.204}{0.602}$$

$$x = 2$$

Ejemplo 2. Resolver la ecuación $2^{4x-6} = 2^{3x+5}$

Como la base es la misma, trabajamos de manera directa con los exponentes

$$4x - 6 = 3x + 5$$

Despejamos a "x", pasamos a la izquierda los términos que contengan la letra "x" y al lado derecho los números enteros.

"3x" está sumando del lado derecho, pasa a lado izquierdo restando

El número 6 está restando a la izquierda, pasa a la derecha sumando.

$$4x - 3x = 6 + 5$$

$$x = 11$$

Ejemplo 3. Resolver la ecuación $3^{x+3} = 5^{x-3}$

Aplicando logaritmo a los dos miembros tenemos:

$$\log(3^{x+3}) = \log(5^{x-3})$$

Los exponentes los bajamos a la izquierda

$$(x + 3)\log 3 = (x - 3)\log 5$$

Multiplicamos cada término del paréntesis por el logaritmo.

$$x\log 3 + 3\log 3 = x\log 5 - 3\log 5$$

Ordenamos a la izquierda los términos que contiene "x" y, a la derecha los números enteros.

$$\begin{aligned}
 x \log 3 - x \log 5 &= -3 \log 3 - 3 \log 5 \\
 x(\log 3 - \log 5) &= (-3)(\log 3 + 5) \\
 x &= \frac{(-3)(\log 3 + 5)}{(\log 3 - \log 5)} = \frac{(-3)(\log 3 + 5)}{\log \frac{3}{5}} \\
 x &= 15.9
 \end{aligned}$$

Ejemplo 4. Resolver la ecuación $2^{x+5} = 5^{x-3}$

Aplicando logaritmo a los dos miembros tenemos:

$$\log(2^{x+5}) = \log(5^{x-3})$$

Los exponentes los bajamos a la izquierda

$$(x + 5) \log 2 = (x - 3) \log 5$$

Multiplicamos cada término del paréntesis por el logaritmo.

Ordenamos a la izquierda los términos que contiene "x" y, a la *derecha* los números enteros.

$$\begin{aligned}
 x \log 2 + 5 \log 2 &= x \log 5 - 3 \log 5 \\
 x \log 2 - x \log 5 &= -5 \log 2 - 3 \log 5 \\
 x(\log 2 - \log 5) &= -\log 2^5 - \log 5^3 \\
 x &= \frac{-\log 2^5 - \log 5^3}{(\log 2 - \log 5)} = \frac{-\log 2^5 - \log 5^3}{\log \frac{2}{5}} \\
 x &= 9.051
 \end{aligned}$$