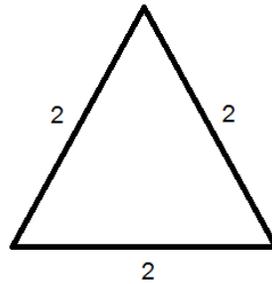
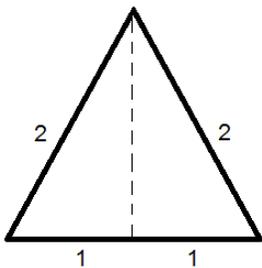


FUNCIONES TRIGONOMETRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES PARA 30°, 45° Y 60°

Para determinar los valores correspondientes a cada ángulo, utilizamos un triángulo equilátero, cada lado tendrá un valor de dos unidades.



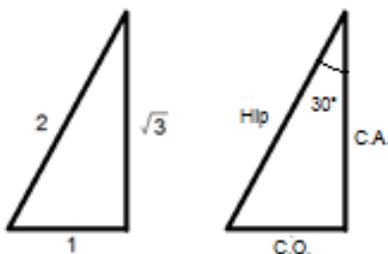
Partimos el triángulo en dos partes iguales.



Mediante el teorema de Pitágoras obtenemos el valor que falta.

	$c^2 = a^2 + b^2$ <p>Despejamos a la variable "a"</p> $a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{(2)^2 - (1)^2}$ $a = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$	
--	--	--

Para un ángulo de 30°, tenemos



Usamos las funciones.

$\text{sen } 30^\circ = \frac{C.O.}{Hip} = \frac{1}{2}$	$\text{cos } 30^\circ = \frac{C.A.}{Hip} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{tan } 30^\circ = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\text{csc } 30^\circ = \frac{Hip}{C.O.} = \frac{2}{1}$	$\text{sec } 30^\circ = \frac{Hip}{C.A.} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\text{ctg } 30^\circ = \frac{C.A.}{C.O.} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

En los casos donde el radical está en el denominador, multiplicaremos por 1.

$$\text{tan } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} * 1$$

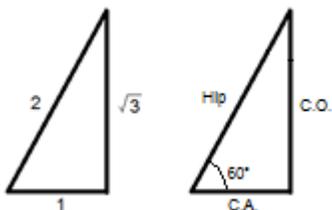
El 1 lo convertimos en $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{sec } 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Para un ángulo de 60° , tenemos



Usamos las funciones.

$\text{sen } 60^\circ = \frac{C.O.}{Hip} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{cos } 60^\circ = \frac{C.A.}{Hip} = \frac{1}{2}$	$\text{tan } 60^\circ = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{\sqrt{3}}{1}$
$\text{csc } 60^\circ = \frac{Hip}{C.O.} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\text{sec } 60^\circ = \frac{Hip}{C.A.} = \frac{2}{1}$	$\text{ctg } 60^\circ = \frac{C.A.}{C.O.} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

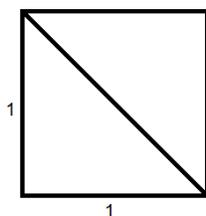
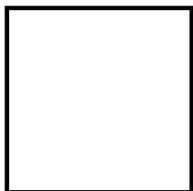
$$\text{csc } 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

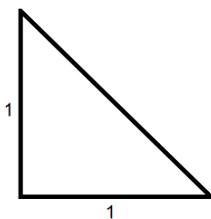
$$\text{ctg } 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Para obtener las razones correspondientes a los 45° , partimos de un cuadrado que mide una unidad, por lado y lo dividimos a la mitad.



Mediante el teorema de Pitágoras obtenemos el valor que falta.

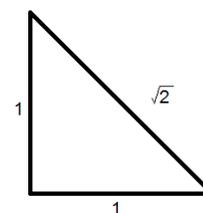


$$c^2 = a^2 + b^2$$

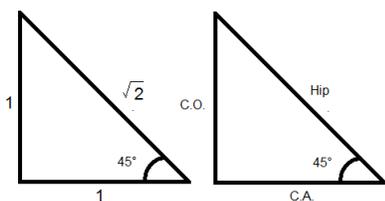
$$c^2 = (1)^2 + (1)^2$$

$$a = \sqrt{(1)^2 + (1)^2}$$

$$a = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$



Para un ángulo de 45° , tenemos



Usamos las funciones.

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{\text{C.O.}}{\text{Hip}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{cos } 45^\circ = \frac{\text{C.A.}}{\text{Hip}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{tan } 45^\circ = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{csc } 45^\circ = \frac{\text{Hip}}{\text{C.O.}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\text{sec } 45^\circ = \frac{\text{Hip}}{\text{C.A.}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\text{ctg } 45^\circ = \frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}} = \frac{1}{1} = 1$$

Completa ambas tablas.

	30°	45°	60°
sen			
cos			
tan			

	30°	45°	60°
csc			
sec			
ctg			

Ya determinamos el valor de cada función, ahora realicemos ejercicios donde podamos combinar diferentes funciones.

Nota. Los resultados se expresan en fracciones o en números enteros, no en números decimales.

Ejemplo 1. Encuentra el valor numérico de $\cos 30^\circ + \text{sen } 60^\circ =$

Tenemos dos funciones coseno y seno.

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Remplazamos los valores que le corresponden a cada función

$$\cos 30^\circ + \text{sen } 60^\circ =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

Tenemos común denominador

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Ejemplo 2. Encuentra el valor numérico de $\csc 30^\circ - \cos^2 30^\circ + \tan 45^\circ =$

$$\csc 30^\circ = 2$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\csc 30^\circ - \cos^2 30^\circ + \tan 45^\circ =$$

$$2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1 = 2 - \frac{3}{4} + 1 =$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$$

Convertimos todo al mismo denominador

$$\frac{8}{4} - \frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Ejemplo 3. Encuentra el valor numérico de $2\sec 30^\circ + \text{ctg}^2 60^\circ =$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{cgt} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2\sec 30^\circ + \text{ctg}^2 60^\circ =$$

$$2\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 =$$

Primero trabajamos las fracciones, para que en el denominador no esté el radical.

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \times 1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times 1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{3}{9} = \frac{1 + 4\sqrt{3}}{3}$$