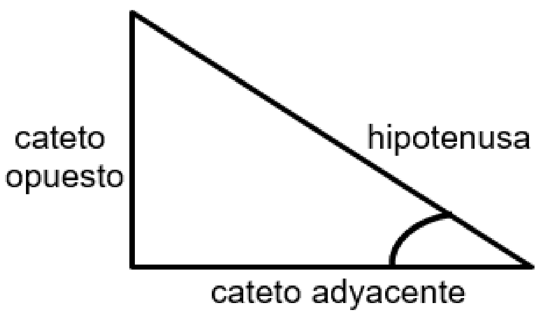
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

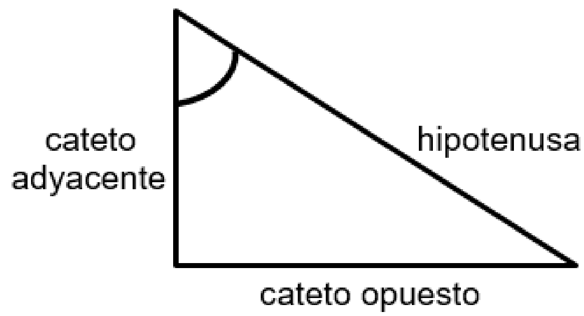
Son relaciones que se establecen entre los lados de un triángulo rectángulo. Estas razones varían al variar el ángulo de que se trate, es decir, que las razones son funciones del ángulo.

En el tema de teorema de Pitágoras mencionamos que el triángulo está formado por dos catetos y una hipotenusa.
La hipotenusa es el lado más grande, además hay un cateto opuesto y un cateto adyacente.

Recuerda, el ángulo del cual se desconoce el valor siempre estará formado por el cateto adyacente y la hipotenusa

El lado que está enfrente del ángulo desconocido se llama cateto opuesto





Todos los ángulos se representan mediante un símbolo

Símbolos para representar los ángulos			
alfa	α	mu	µ
Beta	β	theta	θ
Gamma	ɣ	delta	δ

Debido a que un triángulo tiene tres lados, se pueden establecer seis razones, dos entre cada pareja de estos lados. Las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo son las siguientes:

$$\text{seno}\,\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{coseno}\,\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tangente}\,\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{C.O.}}{\text{Hip}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{C.A.}}{\text{Hip}} \qquad \tan\alpha = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}}$$

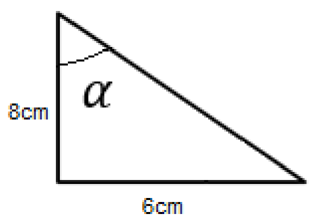
Funciones Trigonométricas Recíprocas

Dos cantidades son reciprocas cuando su producto es igual a la unidad. Para un mismo ángulo agudo son funciones recíprocas el seno y la cosecante, el coseno y la secante, la tangente y la cotangente.

$$\text{sen}\alpha = \frac{C.O.}{Hip} \iff \csc\alpha = \frac{Hip}{C.O.} \qquad \cos\alpha = \frac{C.A.}{Hip} \iff \sec\alpha = \frac{Hip}{C.A.}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} \iff \cot\alpha = \frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}}$$

Ejemplo 1. Calcula los valores que faltan en el triángulo.



DATOS	INCOGNITAS
cateto opuesto = 6cm	α =?
cateto adyacente = 8cm	hipotenusa = ?
el ángulo recto 90	β = ?

$$\tan\alpha = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} = \frac{6\text{cm}}{8\text{cm}} = 0.75$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0.75$$

$$\alpha = 36.86^{\circ}$$

Para calcular el ángulo β, aplicamos la propiedad que establece que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º.

Recuerda 90º, corresponde al ángulo recto

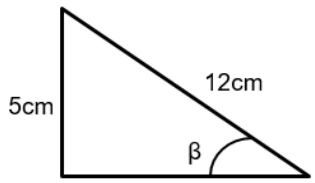
α=180º - 90º - 36.86º = 54.14º

Mediante el teorema de Pitágoras determinamos el lado que falta

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (8)^2 + (6)^2 = \sqrt{64cm^2 + 36cm^2} = \sqrt{100cm^2} = 10cm$$

Ejemplo 2. Calcula los valores que faltan en el triángulo.



DATOS	**INCOGNITAS**
cateto opuesto = 5cm	β =?
hipotenusa = 12cm	cateto adyacente = ?
el ángulo recto 90	ɣ = ?

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{C.O.}{Hip} = \frac{5cm}{12cm} = 0.417$$

$$\beta = \operatorname{sen}^{-1}.417$$

$$\beta = 24.62$$

Para calcular el ángulo ɣ, aplicamos la propiedad que establece que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º.

Recuerda 90º, corresponde al ángulo recto

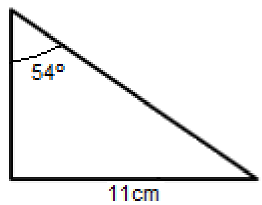
ɣ =180º - 90º - 24.62º = 65.38º

Mediante el teorema de Pitágoras determinamos el lado que falta

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad despejamos \quad a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = (12)^2 - (5)^2 = \sqrt{144cm^2 - 25cm^2} = \sqrt{119cm^2} = 10.9cm$$

Ejemplo 3. Determina los valores que faltan en el triángulo.



DATOS	INCOGNITAS
cateto opuesto = 11cm	cateto adyacente = ?
el ángulo recto 90	hipotenusa = ?
α = 54º	θ = ?

$$\text{sen}54º = \frac{11\text{cm}}{\text{hip.}} \qquad \text{por lo tanto}$$

$$\text{hip} = \frac{11\text{cm}}{\text{sen}54º} =$$

$$\text{hip} = 13.59\text{cm}$$

El ángulo que falta

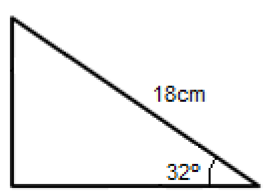
β =180º - 90º - 54º = 36º β=36º

Calculemos el lado que falta

$c^2 = a^2 + b^2$

$b^2 = (13.59)^2 - (11)^2 = \sqrt{184.68cm^2 - 121cm^2} = \sqrt{63.68cm^2} = 7.98cm$

Ejemplo 4. Determina los valores que faltan en el triángulo.



DATOS	INCOGNITAS
hipotenusa = 18cm	C.A. = ?
el ángulo recto 90	C.O. = ?
α = 32º	γ = ?

$$\cos 32º = \frac{\text{C.A.}}{18\text{cm}} \qquad \text{por lo tanto}$$

$$\text{C.A.} = (18\text{cm})(\cos 32º) =$$

$$\text{C.A.} = 15.26\text{cm}$$

El ángulo que falta

γ =180º - 90º - 32º = 58º $\gamma = 58°$

Calculemos el lado que falta

$c^2 = a^2 + b^2$

$a^2 = (18)^2 - (15.26)^2 = \sqrt{324cm^2 - 232.86cm^2} = \sqrt{91.14cm^2} = 9.54cm$