

## ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Son aquellas en las que la incógnita aparece afectada por un logaritmo. Para dar solución, tomamos como base el principio fundamental de la inyectividad de una función logarítmica:

$$\log_a X = \log_a Y \quad \rightarrow \quad X = Y$$

**Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas.**

**Ejemplo 1.**

$$\log_3(5x - 4) = 4$$

Recuerda

$$\log_3(5x - 4) = 4$$

↑                      ↑  
Base                      Potencia

Por lo tanto

$$3^4 = 5x - 4$$

Elevamos el "3" a la potencia "4"

$$81 = 5x - 4$$

El cuatro está restando al lado izquierdo, pasa sumando al lado derecho.

$$81 + 4 = 5x$$

Sumamos los términos de la izquierda, y el cinco que multiplica a "x" pasa dividiendo al lado contrario.

$$\frac{85}{5} = x \quad x=17$$

**Ejemplo 2. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica.**

$$\log(5x + 3) = 2 \log(x + 3) - \log 2$$

Recuerda la siguiente propiedad de la potencia  $\log_a(b^m) = m \cdot \log_a b$

El número, que está a la izquierda del log, lo pasamos como exponente.

$$\log(5x + 3) = \log(x + 3)^2 - \log 2$$

Como podemos observar, a la derecha hay una resta, por lo que aplicamos la propiedad del cociente.

$$\log_a b/c = \log_a b - \log_a c,$$

**$\log_a b = c$  equivale a  $a^c = b$**

$$5x + 3 = \frac{(x + 3)^2}{2}$$

$$2(5x + 3) = (x + 3)^2$$

$$10x + 6 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + 6x - 10x + 9 - 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

**Ejemplo 3. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica.**

$$\log_3(2x + 4) + \log_3(9x - 6) = 1$$

$$\log_3(2x + 4)(9x - 6) = 1$$

$$(2x + 4)(9x - 6) = 3$$

$$18x^2 - 12x + 36x - 24 = 3$$

$$18x^2 + 24x - 27 = 0$$

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{(24)^2 - 4(18)(-27)}}{2(18)}$$

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{576 + 1944}}{36}$$

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{2520}}{36}$$

$$x = \frac{-24 \pm 50.199}{36}$$

$$x_1 = \frac{-24 + 50.199}{36} = \frac{26.199}{36} = 0.7275$$

$$x_2 = \frac{-24 - 50.199}{36} = \frac{-74.199}{36} = -2.0608$$