IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

Las identidades son igualdades que se cumplen para todos los valores posibles del argumento (en nuestro caso, para todos los valores posibles que puede tomar el ángulo)

Observa el siguiente caso.

$$\frac{\tan\alpha}{sen\alpha} = \sec\alpha$$

Le vamos a asignar el mismo ángulo a las tres funciones, para que podamos comprobar, que la identidad se cumple.

NOTA: La identidad no siempre se cumple con ángulos de 90°.

$$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \text{sen}\, 30° = \frac{1}{2} \qquad \sec 30° = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\frac{\tan\alpha}{sen\alpha} = \sec\alpha$ Con esto comprobamos que si es una **IDENTIDAD TRIGONOMETRICA.**

Para comprobar las identidades sin darle un valor al ángulo debemos tener presente lo siguiente, existen identidades reciprocas, identidades de cociente e identidades pitagóricas, entre otras.

Las identidades reciprocas son tres:

$$\boldsymbol{(sen\ \propto)(csc\ \propto) = 1} \qquad \boldsymbol{(cos\ \propto)(sec\ \propto) = 1} \qquad \boldsymbol{(tan\ \propto)(cot\ \propto) = 1}$$

Recuerda esta tabla.

$sen \propto = \frac{C.O.}{Hip}$		$csc \propto = \frac{Hip}{C.O.}$
$cos \propto = \frac{C.A.}{Hip}$		$sec \propto = \frac{Hip}{C.A.}$
$tan \propto = \frac{C.O.}{C.A.}$		$Cot \propto = \frac{C.A.}{C.O.}$

Observa cómo se comprueban.

$(\text{sen } \propto)(\text{csc} \propto) = 1$ $\left(\frac{\text{C. O.}}{\text{Hip}}\right)\left(\frac{\text{Hip}}{\text{C. O}}\right) = 1$	$(\cos \propto)(\sec \propto) = 1$ $\left(\frac{\text{C. A.}}{\text{Hip}}\right)\left(\frac{\text{Hip}}{\text{C. A}}\right) = 1$	$(\tan \propto)(\cot \propto) = 1$ $\left(\frac{\text{C. O.}}{\text{C. A}}\right)\left(\frac{\text{C. A.}}{\text{C. O}}\right) = 1$

Las identidades de cociente son dos:

$$\boldsymbol{\tan \propto = \frac{(\text{sen } \propto)}{\cos \propto}}$$

$$\boldsymbol{(\cot \propto) = \frac{\cos \propto}{\text{sen } \propto}}$$

Observa cómo se comprueban.

$\tan \propto = \frac{(\text{sen } \propto)}{\cos \propto}$ $\tan \propto = \frac{\left(\frac{\text{C. O.}}{\text{Hip}}\right)}{\frac{\text{C. A.}}{\text{Hip}}}$ $\tan \propto = \frac{(C.O)(Hip)}{(C.A.)(Hip)}$ $\tan \propto = \frac{(C.O)}{(C.A.)}$	$(\cot \propto) = \frac{\cos \propto}{\text{sen } \propto}$ $(\cot \propto) = \frac{\frac{\text{C. A.}}{\text{Hip}}}{\frac{\text{C. O.}}{\text{Hip}}}$ $\cot \propto = \frac{(C.A)(Hip)}{(C.O.)(Hip)}$ $\cot \propto = \frac{(C.A)}{(C.O.)}$

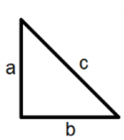
Las identidades pitagóricas son tres:

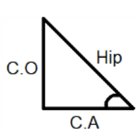
$$\text{sen}^2 \propto + \cos^2 \propto = 1$$

$$\sec^2 \propto = 1 + \tan^2 \propto$$

$$\csc^2 \propto = 1 + \cot^2 \propto$$

Observa cómo se comprueban.





La fórmula del teorema de Pitágoras es: $\text{a}^2 + \text{b}^2 = \text{c}^2$

Para convertir “c” en entero, dividimos toda la ecuación entre “c^2” $$\left(\frac{a^2}{c^2}\right)+\left(\frac{b^2}{c^2}\right)=\frac{c^2}{c^2}$$ $$\left(\frac{C.O}{Hip}\right)^2+\left(\frac{C.A.}{Hip}\right)^2=1$$ $$\operatorname{sen}^2\propto+\cos^2\propto=1$$	Dividimos entre “a” $$\left(\frac{a^2}{a^2}\right)+\left(\frac{b^2}{a^2}\right)=\frac{c^2}{a^2}$$ $$1+\left(\frac{C.A.}{C.O.}\right)^2=\left(\frac{Hip}{C.O.}\right)^2$$ $$1+\cot^2\propto=\csc^2\propto$$	Dividimos entre “b” $$\left(\frac{a^2}{b^2}\right)+\left(\frac{b^2}{b^2}\right)=\frac{c^2}{b^2}$$ $$\left(\frac{C.O.}{C.A.}\right)^2+1=\left(\frac{Hip}{C.A.}\right)^2$$ $$1+\tan^2\propto=\sec^2\propto$$

Antes de hacer la demostración de las siguientes identidades recuerda.

Las funciones seno y coseno no se cambian

Las funciones: tangente, cosecante, secante y cotangente, hay que convertirlas en senos y cosenos.

Resuelve el lado que contenga más términos.

Ejemplo 1.

$cos \propto (sen^2 \propto + cos^2 \propto) = \cos\propto$

$\cos\propto(1)=\cos\propto$

$\cos\propto=\cos\propto$

Ejemplo 2.

$\cos\propto \tan x = \operatorname{sen}\propto$

$\cos\propto\left(\frac{\operatorname{sen}\propto}{\operatorname{cox}\propto}\right)=\operatorname{sen}\propto$

Ejemplo 3.

$tan^2x + tanx\ cotx = sec^2x$

$tan^2x+\left(\frac{senx}{cosx}\right)\left(\frac{\cos x}{sen\ x}\right)=sec^2x$

$tan^2x+1=sec^2x$

$sec^2x=sec^2x$

Ejemplo 4.

$$tanxsenx + cosx = sec\ x$$

$$\frac{senx}{cosx}senx + cosx = secx$$

$$\frac{sen^2x + cos^2x}{cosx} = secx$$

$$\frac{1}{cosx} = secx$$

$$secx = secx$$